

Lösung zu Übung 1

Aufgabe 1

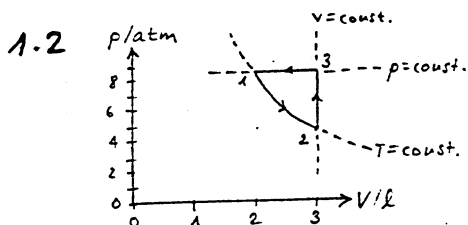
$$1.1 \int_{1 \rightarrow 2} \delta A = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = -670 \text{ J}$$

$$\int_{2 \rightarrow 3} \delta A = 0 \quad (V = \text{const.})$$

$$\int_{3 \rightarrow 1} \delta A = - \int_{V_3}^{V_1} \frac{nRT}{V} dV = - \int_{V_3}^{V_1} \frac{nR(400 \text{ K})}{V} dV = 830 \text{ J}$$

$$\oint \delta A = 160 \text{ J} > 0$$

Es wird Arbeit am System geleistet.



Aufgabe 2

Die vorliegenden Ausdrücke sind nur physikalisch sinnvoll, wenn $p > 0$, $V > 0$, $T > 0$; die Differentialausdrücke sind also auf einem einfach zusammenhängenden Gebiet definiert, und es genügt zu zeigen, daß sie geschlossen sind, d.h. daß $(\partial^2 f / \partial x \partial y)_z = (\partial^2 f / \partial y \partial x)_z$ für $\delta f = g dx + h dy$.

δf_1 ist exakt; $f_1 = pV + \text{const.}$

δf_2 ist nicht exakt

δf_3 ist exakt; $f_3 = -\frac{aV^2 + b}{2T^2} + \text{const.}$

δf_4 ist nicht exakt

δf_5 ist exakt; $f_5 = -nRT \ln \left(\frac{aT^{5/2}}{p} \right) + \text{const.}$

Aufgabe 3

3.1 Aus $\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{V_b}{V_a} \right)^{\kappa}$ und $V_i = \frac{nRT_i}{p_i}$ folgt

$$\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{nRT_b/p_b}{nRT_a/p_a} \right)^{\kappa} \Rightarrow \left(\frac{T_a}{T_b} \right)^{1+\kappa} = \left(\frac{p_a}{p_b} \right)^{\kappa}$$

$$\Rightarrow \frac{p_b}{p_a} = \left(\frac{T_b}{T_a} \right)^{\frac{1+\kappa}{\kappa}} \Rightarrow p_2 = 0,83 \text{ atm}$$

3.2 $dU = C_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV = \delta Q - p dV$
Für $p = \text{const.}$ folgt daraus

$$C_V \Delta T = Q - p \Delta V$$

Aus $V = \frac{nRT}{p}$ folgt für $p = \text{const.}$:

$$\Delta V = \frac{nR}{p} \Delta T$$

Also gilt $C_V \Delta T = Q - nR \Delta T$ (a.E.D.)

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C_V + nR} = \frac{Q/n}{\frac{7}{2}R} = \dots = 10,3 \text{ K}$$

$$\Rightarrow T_3 = T_2 + \Delta T = 283,3 \text{ K} \hat{=} 10,3^\circ \text{C}$$

3.3 $\left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{1+\kappa} = \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\kappa}$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{\kappa}{1+\kappa}} = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa}{1+\kappa}}$$

$$= T_3 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1+\kappa}{1+\kappa} \cdot \frac{\kappa}{1+\kappa}}$$

$$= \left(T_2 + \frac{Q}{C_V + nR} \right) \frac{T_1}{T_2}$$

$$= T_1 + \frac{T_1}{T_2} \frac{Q}{C_V + nR} = \dots = 299 \text{ K} \hat{=} 26^\circ \text{C}$$

3.4 Ohne adiabatische Prozesse wäre

$$T_4 = T_1 + \frac{Q}{C_V + nR} = 298 \text{ K} \hat{=} 25^\circ \text{C}$$

Bei den beiden adiabatischen Prozessen ist die geleistete bzw. aufgenommene Arbeit verschieden groß:

