

Anhang A Einheiten und physikalische Konstanten

JOLITORAX: *Les Romains mesurent les distances en pas, nous en pieds.*

OBÉLIX: *En pieds?*

JOLITORAX: *Il faut six pieds pour faire un pas.*

OBÉLIX: *Ils sont fous, ces Bretons!*

(Goscinnny/Uderzo: *Astérix chez les Bretons*)

SI-EINHEITEN

Das international anerkannte Einheitensystem ist das „Système International d’unités“ (SI), eine Erweiterung des Meter–Kilogramm–Sekunde-Systems. Im SI-System sind folgende Basis-Einheiten festgelegt:

Physikalische Größe	SI-Einheit	Symbol
Länge	Meter	m
Masse	Kilogramm	kg
Zeit	Sekunde	s
elektrische Stromstärke	Ampère	A
absolute Temperatur	Kelvin	K
Lichtstärke	Candela	cd
Stoffmenge	Mol	mol

Abgeleitete SI-Einheiten mit besonderem Namen sind:

Physikalische Größe	Name	Symbol	Definition
Frequenz	Hertz	Hz =	s^{-1}
Kraft	Newton	$N = \text{kg m s}^{-2}$	$= \text{J m}^{-1}$
Druck	Pascal	$\text{Pa} = \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$	$= \text{N m}^{-2}$
Energie	Joule	$J = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	$= \text{N m}$
Leistung	Watt	$W = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	$= \text{J s}^{-1}$
elektrische Ladung	Coulomb	$C = \text{s A}$	$= \text{J V}^{-1}$
elektrische Spannung	Volt	$V = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$	$= \text{J C}^{-1}$
elektrischer Widerstand	Ohm	$\Omega = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-2}$	$= \text{V A}^{-1}$
elektrischer Leitwert	Siemens	$S = \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^3 \text{A}^2$	$= \Omega^{-1}$
elektrische Kapazität	Farad	$F = \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^4 \text{A}^2$	$= \text{C V}^{-1}$
magnetische Induktion	Tesla	$T = \text{kg s}^{-2} \text{A}^{-1}$	$= \text{V s m}^{-2}$

Hieraus ergibt sich folgende, praktisch wichtige Beziehung zur Umrechnung von Energie-Einheiten:

$$J = \text{N m} = \text{W s} = \text{Pa m}^3 = \text{C V} .$$

DEZIMALE VIELFACHE VON SI-EINHEITEN

Dezimale Vielfache von SI-Einheiten mit eigenem Namen (siehe oben) werden durch Vorsilben gekennzeichnet:

Vielfaches	Vorsilbe	Symbol	Vielfaches	Vorsilbe	Symbol
10^{24}	Yotta	Y	10^{-1}	Dezi	d
10^{21}	Zetta	Z	10^{-2}	Zenti	c
10^{18}	Exa	E	10^{-3}	Milli	m
10^{15}	Peta	P	10^{-6}	Mikro	μ
10^{12}	Tera	T	10^{-9}	Nano	n
10^9	Giga	G	10^{-12}	Piko	p
10^6	Mega	M	10^{-15}	Femto	f
10^3	Kilo	k	10^{-18}	Atto	a
10^2	Hekto	h	10^{-21}	Zepto	z
10^1	Deka	da	10^{-24}	Yokto	y

Häufig benutzt werden insbesondere folgende dezimale Vielfache von SI-Einheiten:

Physikalische Größe	Name	Symbol	Definition
Länge	Ångström	Å	$\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}$
Volumen	Liter	L	$\text{L} = \text{dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
Masse	Tonne	t	$\text{t} = 10^3 \text{ kg}$
Druck	Bar	bar	$\text{bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^6 \text{ dyn cm}^{-2}$
Konzentration (Molarität)	Mol pro Liter	M	$\text{M} = \text{mol L}^{-1} = 10^3 \text{ mol m}^{-3}$
Kraft	Dyn	dyn	$\text{dyn} = \text{g cm s}^{-2} = 10^{-5} \text{ N}$
Energie	Erg	erg	$\text{erg} = \text{dyn cm} = 10^{-7} \text{ J}$

Die Einheiten Dyn und Erg gehören zu dem in der älteren Literatur beliebten Zentimeter–Gramm–Sekunde-System (cgs-System).

HÄUFIG BENUTZTE SI-FREMDE EINHEITEN

Physikalische Größe	Name	Symbol	Definition
Masse	atomare Masseneinheit	u	$\text{u} = \text{g mol}^{-1} \mathcal{N}^{-1} \approx 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Zeit	Minute	min	$\text{min} = 60 \text{ s}$
	Stunde	h	$\text{h} = 3\,600 \text{ s}$
	Tag	d	$\text{d} = 86\,400 \text{ s}$
	Jahr	a	$\text{a} \approx 31,56 \cdot 10^6 \text{ s}$
Kraft	Kilopond	kp	$\text{kp} = 9,80665 \text{ N}$
Druck	Atmosphäre	atm	$\text{atm} = 101\,325 \text{ Pa}$
	Torr (mm Quecksilber)	Torr	$\text{Torr} \approx \frac{1}{760,00} \text{ atm}$
Energie	Kalorie	cal	$\text{cal} = 4,184 \text{ J}$
	Elektronenvolt	eV	$\text{eV} = e \cdot 1 \text{ V} \approx 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
elektr. Dipolmoment	Debye	D	$\text{D} = 10^{-18} \text{ cm}^{5/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1} [\text{cgs}]$ $\approx 3,3356 \cdot 10^{-30} \text{ C m} \approx e \cdot 0,2 \text{ Å}$

SPEKTROSKOPISCHE ENERGIEEINHEITEN

In der Spektroskopie werden Energien in cm^{-1} , den sogenannten *Wellenzahlen* $\tilde{\nu}$, angegeben. Es handelt sich dabei, salopp gesprochen, um die Anzahl pro *Längeneinheit* der Wellenberge oder -täler eines Lichtquants der angegebenen Energie. Die Wellenzahl $\tilde{\nu}$ ist offensichtlich der Kehrwert der Wellenlänge λ und damit proportional zur Frequenz ν :

$$\tilde{\nu} := \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}.$$

Zwischen der Frequenz ν und der Energie E gilt die bekannte Beziehung

$$E = h\nu;$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum bezeichnet. Daraus folgt

$$\tilde{\nu} = \frac{E}{hc},$$

woraus ersichtlich ist, daß die Wellenzahl $\tilde{\nu}$ proportional zur Energie E ist. Wellenzahlen können leicht in andere Energieeinheiten umgerechnet werden; z. B. gilt:

$$1 \text{ cm}^{-1} \hat{=} 1,9865 \cdot 10^{-23} \text{ J}.$$

In der Molekülstatistik muß man oft Ausdrücke der Form $e^{-E/kT}$ berechnen, wobei E eine Energie, T die absolute Temperatur und k die sogenannte Boltzmann-Konstante d. h. die durch die Avogadro-Konstante dividierte Gaskonstante bezeichnet. Dies ist besonders einfach, wenn man statt E die Größe E/k angibt. Da E/k die Dimension einer Temperatur hat, sagt man – etwas salopp –, daß man die Energie E in *Kelvin* angibt. Praktisch ist die Beziehung

$$1 \text{ cm}^{-1} \hat{=} 1,4388 \text{ K}.$$

ATOMARE EINHEITEN

Die Theorie und numerische Rechnungen sind oftmals genauer als unsere empirische Kenntnis der Naturkonstanten; daher ist es sinnvoll, die dimensionsbehafteten Naturkonstanten aus der Theorie zu eliminieren. Da SI-Einheiten auf den vier Basiseinheiten m, kg, s, A beruhen, kann man vier Naturkonstanten als Referenzgrößen wählen. Somit definieren wir

$$\begin{aligned}
 m_e &= 1 \text{ atomare Einheit der Masse} \\
 e &= 1 \text{ atomare Einheit der Ladung} \\
 \hbar &= 1 \text{ atomare Einheit der Wirkung} \\
 1/4\pi\epsilon_0 &= 1 \text{ atomare Einheit der Dielektrizität.}
 \end{aligned}$$

Beispiel. Für die Coulomb-Wechselwirkung V zwischen zwei Kernen mit den Ortsvektoren $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ und den Ladungen Z_1e und Z_2e gilt

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \quad (\text{in Joule}), \\
 &= \frac{Z_1 Z_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_2|} \quad (\text{in atomaren Einheiten}).
 \end{aligned}$$

Im Gegensatz zu der sonst üblichen Gepflogenheit betrachtet man beim Rechnen mit atomaren Einheiten alle Größen als *dimensionslos*. Die Bequemlichkeit der einfacher aussehenden Formeln wird dadurch erkauft, daß keine Möglichkeit mehr besteht, Rechenfehler durch einfache Dimensionsbetrachtungen ausfindig zu machen.

Aus den gleich eins gesetzten Naturkonstanten leiten sich dann die übrigen Einheiten ab:

Physikalische Größe	Atomare Einheit	Wert in SI-Einheiten
Masse	m_e	$9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Wirkung, Drehimpuls	\hbar	$1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Elektrische Ladung	e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Länge	$a_0 := 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2$	$5,2918 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
Energie	$E_h := \hbar^2 / a_0^2 m_e$	$4,3597 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
Zeit	\hbar / E_h	$2,4189 \cdot 10^{-17} \text{ s}$
Geschwindigkeit	$v_0 := a_0 E_h / \hbar$	$2,1877 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
Impuls	$m_e v_0$	$1,9929 \cdot 10^{-24} \text{ kg m s}^{-1}$
Kraft	E_h / a_0	$8,2387 \cdot 10^{-8} \text{ N}$
Elektrisches Potential	E_h / e	$27,211 \text{ V}$

Bei den atomaren Einheiten der Länge a_0 (1 Bohr) und der Geschwindigkeit v_0 handelt es sich um den Radius bzw. die Geschwindigkeit der innersten Elektronenbahn des H-Atoms in der alten Bohrschen Quantentheorie. Die atomare Einheit der Energie E_h (1 Hartree) ist gleich der doppelten Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms (in der einfachsten Näherung mit unendlicher Kernmasse).

Man beachte, daß aus $\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$ und aus der Definition der dimensionslosen Feinstrukturkonstanten $\alpha := \mu_0 e^2 c / 4\pi\hbar = \frac{1}{137,04}$ folgt, daß die Lichtgeschwindigkeit in atomaren Einheiten gegeben ist durch $c = 1/\alpha = 137,04$.

UMRECHNUNGSTABELLEN FÜR ENERGIE- UND DRUCKEINHEITEN

In der zweiten der drei Tabellen beziehen sich Einheiten *ohne* den Zusatz „mol⁻¹“ auf ein einziges Atom oder eine einzige Molekel.

	... J	... erg	... cal	... L atm	... kWh
1 J = ...	1	10 ⁷	0,23901	9,8692·10 ⁻³	2,7778·10 ⁻⁷
1 erg = ...	10 ⁻⁷	1	2,3901·10 ⁻⁸	9,8692·10 ⁻¹⁰	2,7778·10 ⁻¹⁴
1 cal = ...	4,1840	4,1840 ·10 ⁷	1	4,1293·10 ⁻²	1,1622·10 ⁻⁶
1 L atm = ...	101,325	1,01325·10 ⁹	24,217	1	2,8146·10 ⁻⁵
1 kWh = ...	3,6000·10 ⁶	3,6000 ·10 ¹³	8,6042·10 ⁵	3,5529·10 ⁴	1

	... J mol ⁻¹	... J	... eV	... cm ⁻¹	... E _h	... K
1 J mol ⁻¹ ≐ ...	1	1,6605·10 ⁻²⁴	1,0364·10 ⁻⁵	8,3593·10 ⁻²	3,8088·10 ⁻⁷	0,12027
1 J ≐ ...	6,0221·10 ²³	1	6,2415·10 ¹⁸	5,0341·10 ²²	2,2937·10 ¹⁷	7,2429·10 ²²
1 eV ≐ ...	9,6485·10 ⁴	1,6022·10 ⁻¹⁹	1	8,0655·10 ³	3,6749·10 ⁻²	1,1604·10 ⁴
1 cm ⁻¹ ≐ ...	11,963	1,9865·10 ⁻²³	1,2398·10 ⁻⁴	1	4,5563·10 ⁻⁶	1,4388
E _h ≐ ...	2,6255·10 ⁶	4,3597·10 ⁻¹⁸	27,211	2,1947·10 ⁵	1	3,1577·10 ⁵
1 K ≐ ...	8,3145	1,3807·10 ⁻²³	8,6174·10 ⁻⁵	0,69504	3,1668·10 ⁻⁶	1

	... Pa	... bar	... atm	... Torr
1 Pa = ...	1	10 ⁻⁵	9,8692·10 ⁻⁶	7,5006·10 ⁻³
1 bar = ...	10 ⁵	1	0,98692	750,06
1 atm = ...	1,01325·10 ⁵	1,01325	1	760,00
1 Torr = ...	133,32	1,3332·10 ⁻³	1,3158·10 ⁻³	1

WICHTIGE PHYSIKALISCHE KONSTANTEN

Die Werte von μ_0 und c sind wegen entsprechender Definition der Einheiten exakt. Bei allen anderen Konstanten ist die Standardabweichung um eine Größenordnung kleiner als die letzte angegebene Stelle.

Vakuum-Lichtgeschwindigkeit	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Vakuum-Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 8,854187 \dots \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ $1/4\pi\epsilon_0 = 8,987552 \dots \cdot 10^9 \text{ F}^{-1} \text{ m}$
Vakuum-Permeabilität	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$
Elementarladung	$e = 1,6021765 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Planck-Konstante	$h = 6,626069 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ $\hbar = h/2\pi = 1,0545716 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Feinstrukturkonstante	$\alpha = \mu_0 e^2 c / 2h = 1/137,036000$
Masse des Elektrons	$m_e = 9,109382 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Masse des Protons	$m_p = 1,672622 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse des Neutrons	$m_n = 1,674927 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Massenverhältnis Proton–Elektron	$m_p/m_e = 1836,15267$
Rydberg-Konstante (unendl. Kernmasse bzw. H-Atom)	$R_\infty = m_e e^4 / 8\epsilon_0^2 h^3 c = 109\,737,315685 \text{ cm}^{-1}$ $R_H = R_\infty / (1 + \frac{m_e}{m_p}) = 109\,677,583406 \text{ cm}^{-1}$
Hartree-Energie	$E_h = 2R_\infty h c = 4,359744 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
Bohrscher Radius	$a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2 = 0,52917721 \text{ \AA}$
Bohrsches Magneton	$\mu_B = e\hbar/2m_e = 9,274009 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$
Kernmagneton	$\mu_N = e\hbar/2m_p = 5,050783 \cdot 10^{-27} \text{ J T}^{-1}$
g -Faktor des Elektrons	$g_e = 2,00231930437$
Avogadro- oder Loschmidt-Konstante	$\mathcal{N} = 6,022142 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Faraday-Konstante	$\mathcal{F} = \mathcal{N}e = 96\,485,34 \text{ C mol}^{-1}$
Gaskonstante	$R = 8,3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $= 0,082058 \text{ L atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Boltzmann-Konstante	$k = R/\mathcal{N} = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Stefan–Boltzmann-Konstante	$\sigma = \frac{2}{15}\pi^5 k^4 / h^3 c^2 = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Wiensche Konstante	$\lambda_{\max} T = 2,89777 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$
Gravitationskonstante	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
